**MATEMATYKA**

**KLASA I LO G**

**TEMAT:** Podstawowe tożsamości trygonometryczne.

Czyli - podstawowe **wzory trygonometryczne**, o których często mówimy także **tożsamości trygonometryczne**.

Między funkcjami trygonometrycznymi kąta $\alpha$ zachodzą następujące związki (tożsamości trygonometryczne):

### Jedynka trygonometryczna

Jedynka trygonometryczna to jeden z najczęściej występujący wzorów w zadaniach z trygonometrii.

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

Powyższy wzór nosi też inne nazwy: "wzór jednostkowy", "jedność trygonometryczna", "trygonometryczne twierdzenie Pitagorasa".

Oto inne, bardzo często wykorzystywane wzory:

$$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$ctg\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$
$$tg\alpha=\frac{1}{ctg\alpha}$$

A oto kilka przykładów zastosowania powyższych wzorów trygonometrycznych:

**Przykład 1**

Wiadomo, że $\sin\alpha=0{,}3$. Obliczyć $\cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$.

Wyznaczamy cosinus kąta, korzystając z jedynki trygonometrycznej:

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$$
$$\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$
$$\cos\alpha=\pm\sqrt{1-0{,}3^2}=\pm\sqrt{1-0{,}09}=\pm\sqrt{0{,}91}\approx\pm0{,}954$$

Wyznaczamy tangens kąta:

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \approx \frac{0,3}{\pm 0,954} \approx \pm 0,3145$$

Wyznaczamy cotangens kąta:

$$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha} \approx \frac{1}{\pm 0,3145} \approx \pm 3,1797$$

Wynik nie ma określonego znaku bo nie wiemy jaki jest kąt α ( czy jest ostry czy rozwarty)

**Przykład 2**

Udowodnić tożsamość:
$$\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = \frac{2}{\cos^2 x}$$

Skorzystamy ze wzoru jedynkowego:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

oraz wzoru skróconego mnożenia:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Przekształcimy lewą stronę równania L w prawą stronę równania P, sprowadzając ułamki lewej strony równania do wspólnego mianownika:

$$L = \frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = \frac{1+\sin x}{(1-\sin x)(1+\sin x)} + \frac{1-\sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)} =$$
$$= \frac{1+\sin x + 1 - \sin x}{(1+\sin x)(1-\sin x)} = \frac{2}{1^2 - \sin^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x} = P$$

ZADANIA:

ZAD 1

Udowodnić tożsamość:

a) $tg\alpha + ctg\alpha = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$

b) $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$

ZAD 2

Wiedząc, że cos$\alpha$=0,6 i kąt $\alpha$ jest ostry wyznacz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych