Matematyka
Klasa I LO G

Temat: Odczytywanie informacji z tablic trygonometrycznych.

Aby móc rozwiązywać niektóre zadania z trygonometrii musimy umieć posługiwać się tablicami trygonometrycznymi z których będziemy odczytywać różne interesujące nas informacje. Tablice trygonometryczne znajdują się na końcu oficjalnych tablic matematycznych CKE, którymi posługujemy się na lekcjach matematyki oraz na maturze. Takie tablice znajdziesz tutaj: https://szaloneliczby.pl/tablice-matematyczne/

Spójrzmy na konkretnych przykładach gdzie mogą przydać nam się tablice trygonometryczne:

Przykład 1. Ile stopni (w przybliżeniu) ma kąt α, jeżeli sinα=35?
Wiemy, że sinus kąta α wynosi 35, czyli 0,6. Musimy teraz skorzystać z tablic matematycznych i sprawdzić jakiemu kątowi odpowiada sinus o wartości zbliżonej do 0,6. Nas będzie interesował konkretnie ten fragment tablic:

$\alpha\left[^\circ\right]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta\left[^\circ\right]$
	...		
35	0,5736	0,7002	55
36	0,5878	0,7265	54
37	0,6018	0,7536	53
38	0,6157	0,7813	52
39	0,6293	0,8098	51

Szukamy odpowiedzi na pytanie dla jakiego kąta alfa sinus przyjmuje wartość równą 0,6. Jak widzimy – w tablicy nie znajdziemy idealnie wartości 0,6, a najbliżej tego jest wartość 0,6018. Z lewej strony odczytujemy, że sinus przyjmuje wartość 0,6018 dla kąta 37°, zatem możemy zapisać, że nasz kąt ma w przybliżeniu wartość α≈37°.

Przykład 2. Ile stopni (w przybliżeniu) ma kąt α, jeżeli cosα=35?
Ponownie musimy odnaleźć odpowiednią wartość w tabeli trygonometrycznej i tu także widzimy, że idealnej wartości 0,6 niestety nie znajdziemy:

$\alpha\left[^\circ\right]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta\left[^\circ\right]$
	...		
35	0,5736	0,7002	55
36	0,5878	0,7265	54
37	0,6018	0,7536	53
38	0,6157	0,7813	52
39	0,6293	0,8098	51

Z powyższego fragmentu tablicy trygonometrycznej wynika, że najbliżej znajduje się wartość 0,6018 (czyli jest to dokładnie ta sama sytuacja co w pierwszym przykładzie). Z pozoru więc obydwa przykłady wydają się identyczne, jednak na tym podobieństwa się kończą, bo tym razem nie będzie to w przybliżeniu kąt 37°. W tablicach trygonometrycznych wartości kątowe cosinusów odczytujemy z prawej strony, z kolumny dla kątów beta. Mówi nam o tym nagłówek tabeli w którym pojawia się zapis cosβ. To właśnie odczytywanie cosinusów sprawia najwięcej problemów, zwłaszcza kiedy sugerujemy się tym, że w treści zadania pojawia się kąt αα. Niezależnie od oznaczeń które pojawiają się w treści zadania my musimy odczytywać kąty zgodnie z nagłówkami tabeli, czyli dla sinusów i tangensów kąty alfa (lewa kolumna), a dla cosinusów kąty beta (prawa kolumna). To oznacza, że tym razem α≈53°.

Przykład 3. Ile stopni (w przybliżeniu) ma kąt α, jeżeli tgα=35?
Ponownie szukamy wartości 0,6, ale tym razem musimy spojrzeć na kolumnę tangensów:

$\alpha\left[^\circ\right]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\left[^\circ\right]$
...			
29	0,4848	0,5543	61
30	**0,5000**	**0,5774**	**60**
31	0,5150	0,6009	59
32	0,5299	0,6249	58
33	0,5446	0,6494	57

Przybliżenie jakie możemy znaleźć jest niemal idealne, bo pojawia nam się w tabeli wartość 0,6009. Spoglądamy na lewą kolumnę z wypisanymi kątami i widzimy, że tę wartość 0,6009 tangens osiąga dla kąta 31°, zatem możemy zapisać że α≈31°.

Korzystanie z tablic trygonometrycznych może się także odbywać w drugą stronę, czyli mając dany kąt możemy odczytać jaką wartość przyjmuje sinus, cosinus lub tangens.

Przykład 4. Jaką wartość przyjmuje sinus, cosinus oraz tangens dla kąta 16°?
Na początku możemy odczytać wartości sinusa oraz tangensa, bo wystarczy że w lewej kolumnie tabeli trygonometrycznej odnajdziemy wartość α=16°.

$\alpha\left[^\circ\right]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\left[^\circ\right]$
...			
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73
18	0,3090	0,3249	72

Z tabeli jasno wynika, że sinus dla kąta 16° przyjmuje wartość 0,2756, natomiast dla tangensa przyjmuje wartość 0,2867, czyli matematycznie zapisując:

$$\sin 16° = 0{,}2756 \quad tg16° = 0{,}2867$$

Została nam jeszcze do określenia wartość cosinusa. Tym razem razem szukamy w prawej kolumnie wartości β=16°, bo zgodnie z nagłówkami tabeli mamy zapisane w niej wartości cosinusa dla kątów beta.

$\alpha\left[°\right]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$tg\,\alpha$	$\beta\left[°\right]$
	...		
72	0,9511	3,0777	18
73	0,9563	3,2709	17
74	0,9613	3,4874	16
75	0,9659	3,7321	15
76	0,9703	4,0108	14

Zgodnie z tą tabelką możemy stwierdzić, że cosinus dla kąta 16° przyjmuje wartość 0,9613, czyli:

$$\cos 16° = 0{,}9613$$

Na matematyce (zwłaszcza na poziomie podstawowym) mimo wszystko najczęściej będziemy posługiwać się bardziej charakterystycznymi kątami, takimi jak 30°,45°,60°lub 90°.

Ich wartości znaleźć możemy nie tylko w tej klasycznej tabeli wartości trygonometrycznych, ale także w tak zwanej małej tabelce trygonometrycznej (także znajdziemy ją w tablicach matematycznych). To co jest ogromną przewagą małej tabelki to fakt, że zapisane są w niej dokładne (a nie przybliżone) wartości funkcji dla danych kątów. To właśnie dlatego znajdziemy tu zapisy liczb w postaci ułamków lub pierwiastków.

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

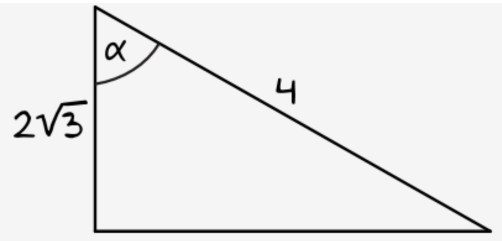
Umiejętność stosowania tej tabelki jest niezwykle istotna, bowiem dzięki temu że znajdują się w niej dokładne zapisy będziemy mogli w różnorodnych zadaniach skracać lub wymnażać poszczególne liczby.

Przykład 5. Jaką wartość przyjmuje sinus, cosinus oraz tangens dla kąta 30°?

Odczytywanie informacji z małej tabelki trygonometrycznej jest już niezwykle proste, tutaj nie ma żadnych haczyków, zatem możemy zapisać:

$$sin30^{\circ} = \frac{1}{2}$$
$$cos30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$tg30^{\circ} = \frac{1}{2}$$

Przykład 6. Jaką miarę ma kąt α zaznaczony na poniższym trójkącie prostokątnym?



To zadanie jest klasycznym przykładem wykorzystania umiejętności zapisywania funkcji trygonometrycznych i odczytywania miar kątów z tablic.

Krok 1. Obliczenie wartości cosinusa.
Znamy długość boku leżącego przy kącie alfa oraz długość przeciwprostokątnej, czyli możemy bez przeszkód obliczyć wartość cosinusa.

$$cos\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Krok 2. Odczytanie miary kąta z tablic trygonometrycznych.

Skorzystamy tutaj z małych tablic:

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Okazuje się, że cosinus przyjmuje wartość $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dla kąta α=30° i to jest poszukiwana przez nas miara.

ZADANIA:

1. Jaką miarę ma kąt $\propto$ jeżeli:

a) $\sin \propto = 0{,}35$

b) $\cos \propto = \frac{2}{3}$

c) $\tan \propto = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Podaj wartości podanych funkcji:

a) $\sin 28° =$

b) $\cos 72° =$

c) $\tan 63° =$

Warto obejrzeć jak wygląda to w praktyce
https://www.youtube.com/watch?v=yVgvkN51r_4